# Bachelor Wirtschaftsingenieurwesen

## R Tutorium

Amelie Schischke, Patric Papenfuß

18.08.2022

Universität Augsburg University

Materials Resource Management

wing Wirtschaftsingenieur

# Agenda

1. Allgemeines
2. Packages
3. Basics
4. Datenimport und Datenexport
5. Deskriptive Statistik
6. Plots
7. Regressionsanalyse
8. Weiterführende Literatur

# Agenda

# Allgemeines

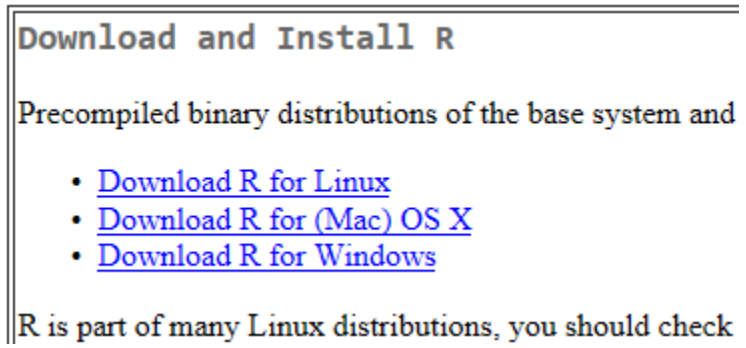
## Was ist R?

- Kostenfreie Open-Source-Software
- Für statistische Probleme, insbesondere zu Zeitreihen- und Regressionsanalysen
- Packages für verschiedene Anwendungen/Problemstellungen ((nicht-)lineare Modellierung, statistische Tests, Zeitreihenanalyse, Klassifikation, Clustering,…)
- Ständige Weiterentwicklung durch Community
- Keine offiziellen Handbücher/Support
- ABER: Vignetten/Paper/Dokumentationen der einzelnen Packages sowie Tutorials/Foren

# Allgemeines

## Was ist R?

- Übersicht unter Informationen zum Projekt R unter: https://www.r-project.org/
- Downloadlink (unbedingt Version beachten): https://ftp.fau.de/cran/
- R ist ein ausführbares Programm und kann in dieser Form bereits verwendet werden.
- ABER: es gibt graphische Oberflächen, die den Umgang mit R deutlich erleichtern:
  - Download von RStudio unter: https://www.rstudio.com/products/rstudio/download/#download
- ACHTUNG: Unbedingt zuerst R installieren, danach erst RStudio!
- RStudio ist nur die Oberfläche (GUI), die die Sprache R als Basis zwingend benötigt.

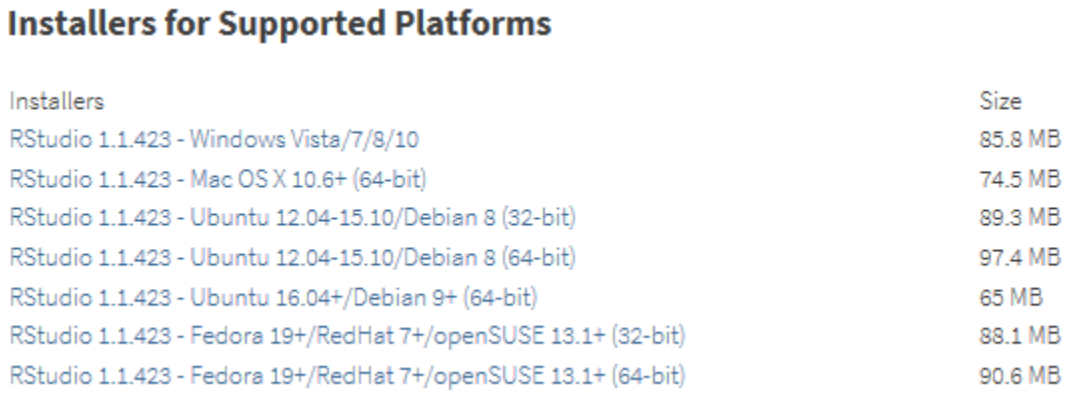


**Download and Install R**

Precompiled binary distributions of the base system and

- Download R for Linux
- Download R for (Mac) OS X
- Download R for Windows

R is part of many Linux distributions, you should check



**Installers for Supported Platforms**

| Installers | Size |
|---|---|
| RStudio 1.1.423 - Windows Vista/7/8/10 | 85.8 MB |
| RStudio 1.1.423 - Mac OS X 10.6+ (64-bit) | 74.5 MB |
| RStudio 1.1.423 - Ubuntu 12.04-15.10/Debian 8 (32-bit) | 89.3 MB |
| RStudio 1.1.423 - Ubuntu 12.04-15.10/Debian 8 (64-bit) | 97.4 MB |
| RStudio 1.1.423 - Ubuntu 16.04+/Debian 9+ (64-bit) | 65 MB |
| RStudio 1.1.423 - Fedora 19+/RedHat 7+/openSUSE 13.1+ (32-bit) | 88.1 MB |
| RStudio 1.1.423 - Fedora 19+/RedHat 7+/openSUSE 13.1+ (64-bit) | 90.6 MB |

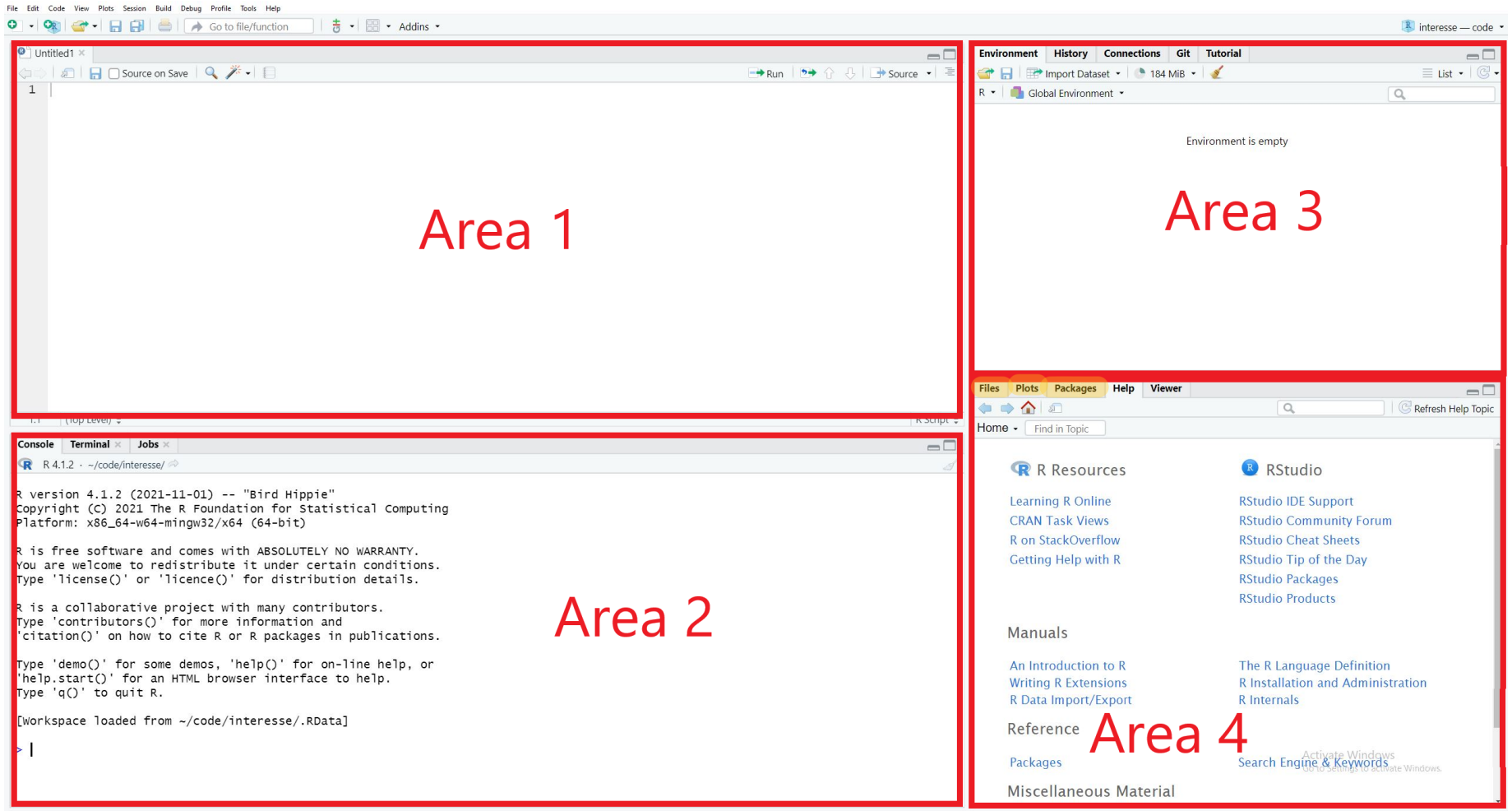
# Allgemeines

## Wie funktioniert R?

- Einen ersten Einblick zur Logik von Programmierung gibt folgendes Zitat:
  - *„Alles, was existiert, ist ein Objekt.*
    *Alles, was passiert, ist ein Funktionsaufruf.“*
    - John M. Chambers
- Erster Schritt nach Programmstart:
  - File → New File → R Script (alternativ Ctrl+Shift+N).
  - Im Folgenden ist eine genauere Erklärung der 4 Teilbereiche der Oberfläche von RStudio.

# Allgemeines

## Die Oberfläche in RStudio



# Allgemeines

## Die Oberfläche in Rstudio – Area 1 und Area 2

- Area 1 – Skript:
  - Dieser Bereich ist das „Hauptarbeitsfeld“, in dem der Code eines Programms verfasst wird.
  - Wird ein Skript abgespeichert, umfasst dies nur diesen Bereich.
  - Um einen Teil bzw. den gesamten Code auszuführen, Bereich markieren und mit „Ctrl+Enter“ starten.
- Area 2 – Konsole:
  - Hier wird der Code angezeigt, der tatsächlich in R berechnet wird.
  - Bsp.: Beim Import von Daten sieht man in der Konsole Befehle, die in RStudio durch „Klicken“ aufgerufen werden.
  - Kommandos können hier manuell eingeben werden, diese werden aber nur einmalig ausgeführt und können nicht abgespeichert werden.

# Allgemeines

## Die Oberfläche in Rstudio – Area 3 und Area 4

- Area 3 – Datenbereich von RStudio:
  - Geringfügig abweichende Struktur zwischen Mac/Windows (voll kompatibel).
  - Zeigt alle Objekte, die derzeit verfügbar sind und verwendet werden können.
  - Separat speicherbar im Format .Rdata.
  - ABER: Datensätze im Regelfall NICHT speichern, sondern den Code (Area 1) zur Rekonstruktion der Ergebnisse speichern (Nachvollziehbarkeit).
  - Import von Excel Files hier per Klick möglich.
- Area 4 – Zielverzeichnis:
  - Plots können angesehen und ggf. direkt exportiert/gespeichert werden.
  - Packages können heruntergeladen, installiert und aktiviert werden.
  - Hilfedateien/Erklärungen hier einsehbar (auch Hilfedateien der Packages).

# Agenda

# Packages

## Übersicht (I)

- Ein Package ist eine vordefinierte Sammlung von Methoden, die von Mitgliedern der Community erstellt wurden.
- Für viele Standardanwendungen sind Packages verfügbar, welche meist vor dem Release geprüft werden → Die Funktionen eines Package sollten aber immer selbst überprüft werden!
- Packages können mittels Button in RStudio oder im Code installiert werden:
  - `install.packages("Name Package")`
- Packages müssen vor Verwendung geladen werden:
  - `library("Name Package")`
- Für wissenschaftliche Arbeiten ist die Methode im Code wg. Nachvollziehbarkeit immer zu präferieren.
- Vorgehen: Package installieren → Package laden → Package verwenden
- Achtung: Package muss nach jedem Neustart von Rstudio neu geladen, aber nicht neu installiert werden!

# Packages

## Übersicht (II)

- Zu einigen Packages sind sog. „CheatSheets“ verfügbar, welche die wichtigsten Funktionen und Kommandos auf einen Blick darstellen.
- Die Dokumentation eines Package gibt einen Überblick über die bereitgestellten Funktionen, insbesondere zu ihren notwendigen Inputvariablen, Output, Details zur Berechnung sowie Beispiele zur Verwendung.
- Vignetten beschreiben die Berechnung der implementierten Funktionen, genauere Hintergründe sowie die Anwendung der zur Verfügung gestellten Funktionen.
- Nützliche Packages:
  - ggplot2 Erstellung von Plots
  - dplyr Datenaufbereitung
  - e1071 Berechnung von Skewness/Kurtosis
  - readxl Importieren und Exportieren von Excel-Dateien in/aus R

# Agenda

# Basics

## Kommentar

- Kommentare dienen der Übersichtlichkeit und zum besseren Verständnis eines Codes.
- Kommentare helfen einem selbst, den Überblick im Code zu behalten, aber auch anderen, den Code nachvollziehen zu können.
- Mit „#“ startet ein Kommentar in R.
- Alles, was hinter „#“ steht, wird bei Ausführung des Codes NICHT mit ausgeführt und insbesondere führt es nicht zu Fehlern.
- Im Allgemeinen sollte ein Code immer (ausführlich) kommentiert werden.
- Nach gängigen Code conventions sollten Kommentare auf Englisch verfasst werden.

# Basics

## Variablen & Datentypen

- Name der Variable muss mit einem Buchstaben beginnen (Code convention: Kleinbuchstaben).
- Datentyp (= Art einer Variablen) wird im Allgemeinen durch zugewiesene Daten bestimmt.
- Das Auswerten eines Begriffs ohne Zuweisung gibt den Wert auf der Konsole aus und speichert diesen nicht ab.

| Datentyp | Beschreibung |
|---|---|
| Numeric (skalar) | Kommazahl |
| Vector | Durchnummerierte Kette von Objekten eines Datentyps |
| Matrix | Kette von Elementen eines Datentyps in 2 Dimensionen |
| Logical (boolean) | Wahr oder Falsch |
| Character (String) | Wörter/Zeichenketten |
| Date | Datum |
| Dataframe | Tabellen, bei der jede Spalte von einem Datentyp ist. |
| List | Durchnummerierte Kette von Objekten verschiedener Datentypen |

# Basics

## Datentypen – Character & Skalar

- Character
  - `x <- "Hello World!"`  `# assign a string to a variable x`
- Skalar
  - `x <- 10`

```
# assign a scalar to a variable x
# wichtig:
# bei Neuzuordnung eines Werts zur Variable x
# wird der vorherige Wert überschrieben
# insbesondere ändert sich hier der Datentyp
```

# Basics

## Datentypen – Vektor

- Vektor aus mehreren Elementen
  - `x <- c(1, 2, 3, 4, 5)  # c ist die Kurzform für concatenate`
  - `x <- seq(1, 10, 2)  # Sequenz von 1 bis 10, in Schrittweite 2`
  - `x <- 1 : 10  # Kurzform für Sequenz der Schrittweite 1`
- Selektion von Werten in Vektoren
  - `x[1]  # Wert des Vektors x an der Stelle 1`
    `# Indizes starten bei 1 in R`
    `# das Element x[0] existiert nicht!`
  - `x <- x[-1]  # Vektor x wird überschrieben, das Element an`
    `# Stelle 1 dabei ignoriert`
  - `x[x < 3]  # Alle Elemente von x, deren Wert kleiner 3 ist`

# Basics

## Datentypen – Matrix

- Erstellen einer Matrix
  - `d <- c(1 : 10)` `# Sequenz von 1 bis 10`
  - `x <- matrix(data = d, nrow = 5, ncol = 2, byrow = TRUE)`
    `# Erstellt eine Matrix aus den Daten d, welche 5 Zeilen und 2 Spalten hat`
  - `View(x)` `# Öffne x zur Ansicht`
  - `x` `# print x in console`

```
     [,1] [,2]
[1,]    1    2
[2,]    3    4
[3,]    5    6
[4,]    7    8
[5,]    9   10
```

# Basics

## Datentypen – Dataframe (I)

- Liste von Vektoren gleicher Länge.
- Verschiedene Spalten können verschiedene Datentypen besitzen.
- Erstellen eines data.frame
  - `x_d <- as.data.frame(x)`
    `# Erstellt einen data.frame aus der Matrix x (vorherige Folie)`
- Benennung der Spalten des data.frame
  - `colnames(x_d) <- c("Spalte1", "Spalte2")`
- Ansprechen von Werten eines data.frame
  - `x_d[,1]` `# alle Werte der ersten Spalte`
  - `x_d$Spalte2` `# alle Werte der Spalte 2`
  - `x_d$Spalte1[1 : 3]` `# Werte der ersten drei Zeilen von Spalte 1`

# Basics

## Datentypen – Dataframe (II)

- Nützliche Befehle für data.frame
  - `x_d$Spalte3 <- x_d$Spalte1 + 2 * x_d$Spalte2`
    `# Hinzufügen einer neuen Spalte „Spalte3“`
  - `x_d$Spalte2 <- NULL` `# Löschen von Spalte2`
  - `x_d[x_d$Spalte3 > 5, ]` `# Filtern der Zeilen`
  - `x_d[order(x_d$Spalte3), ]` `# Sortieren der Zeilen nach Spalte2`

# Basics

## Bedingungen – Übersicht

- Normalerweise wird Code zeilenweise ausgeführt. Es kann jedoch sinnvoll sein, Code Blöcke nur dann auszuführen, wenn eine bestimmte Bedingung erfüllt ist.
- Schema: „Wenn-Dann-Ansonsten“
- Syntax:
  - ```
    if(condition){
        # Code, falls condition wahr / erfüllt ist
    }
    ```
  - ```
    if(condition){
        # Code, falls condition wahr / erfüllt ist
    }else if(condition2){
        # Code, falls condition2 wahr / erfüllt ist
    }else{
        # Code, falls keine der oberen Bedingungen wahr / erfüllt ist
    }
    ```

# Basics

## Bedingungen – Beispiele

- Falls das Klausurergebnis examResult besser 4.0, gib "Prüfung bestanden" aus.
  - `examResult <- 1.0`
  - ```
    if(examResult <= 4.0){
       print("Prüfung bestanden")
    }
    ```
- Wenn die Klausur mit 1.0 bestanden ist, beglückwünsche die Kandidatin, wenn sie bestanden wurde, teile ihr ihre Note mit und ansonsten teile der Kandidatin mit, dass sie in die Nachklausur muss:
  - ```
    if(examResult == 1.0){
       print(„Glückwunsch zur 1.0!")
    }else if(examResult <= 4.0){
       print(examResult)
    }else{
       print(„Leider musst du in die Nachklausur.")
    }
    ```

# Basics

## Schleifen – Übersicht

- Schleifen ermöglichen es, Code wiederholt auszuführen.
- Schleifen sind Kontrollstrukturen (siehe if und else), die einen Codeblock wiederholen, solange eine Bedingung eingehalten wird.
- Vorgehen:
  - Überprüfe, ob die gegebene Bedingung eintritt.
  - Einmalige Ausführung des Codeblocks.
  - Erneute Überprüfung der Bedingung.
  - Dies wird solange wiederholt, bis die Bedingung nicht mehr zutrifft.
    (Ausnahme: bei Programmierfehler kann es zu einer Endlosschleife kommen)
- Faustregel:
  - Sobald man Code mehr als 2 mal untereinander kopiert, um inhaltlich das Selbe auf unterschiedliche Objekte anzuwenden, kann eine Schleife sinnvoll sein und (Kopier-)Fehler minimieren.

# Basics

## Schleifen – for Schleife (I)

- Ziel: einen Code $n \in \mathbb{N}$ mal auszuführen
- Syntax:
  - ```
    # Die Schleife geht über die Zahlen von startwert bis endwert
    # i.A. kann auch rückwärts gezählt werden, wenn startwert > endwert
    for(nCount in startwert : endwert){
        # in die geschweiften Klammern schreibt man nun Code,
        # der wiederholt ausgeführt wird
    }
    ```
    ```

# Basics

## Schleifen – for Schleife (II)

- Beispiel:

```
x <- c(1, 3, 5, 10, 15)# Initialisierung der Vektoren x, z
z <- c(2, 7, 8, 12, 17)

for(nExample in 1 : 5){
   print(nExample)
   z[nExample] <- z[nExample] + x[nExample]
   # Addiere zu jedem Vektorelement von z das Vektorelement von x
}

print(z)
[1] 3 10 13 22 32       # Ausgabe von z in der Konsole
```

# Basics

## Schleifen – while Schleife

- Ziel: einen Code so lange auszuführen, wie eine bestimmte Bedingung erfüllt ist.
- Syntax:
  - ```
    # Die Schleife wird solange ausgeführt, wie die Bedingung wahr ist
    while(Bedingung){
        # in die geschweiften Klammern schreibt man nun Code
    }
    ```
- Beispiel:
  - ```
    nCount <- 1
    while(nCount < 5){
        z[nCount] <- z[nCount] + x[nCount]
        nCount <- nCount + 1  # die Zählvariable muss manuell verändert werden
    }
    ```
- Meist sind while Schleifen für Bedingungen sinnvoller, for Schleifen, wenn etwas $n \in \mathbb{N}$ mal ausgeführt werden soll.

# Basics

## Funktionen – Übersicht

- Eine Funktion fasst Codeabschnitte zusammen, welcher nur mit Aufruf der Funktion ausgeführt wird.
- R hat viele Funktionen bereits vorimplementiert und Packages bieten weitere Funktionen an.
- Beispiel zur Berechnung des Mittelwerts mit Hilfe der Funktion mean:
  - `x <- c(1, 2, 3, 4, 5)`
  - `mean(x, na.rm = TRUE)`
    `[1] 3`

```
                    # Objekt x als notwendiger Inputparameter
                    # weitere mögliche Inputparameter sind bspw. na.rm
                    # hierbei werden mögliche NA Werte entfernt
```

# Basics

## Funktionen – eigene Funktionen (I)

- Zusätzlich zu den bereitgestellten Funktionen, kann man selbst Funktionen schreiben.
- Syntax:
  - ```
    # mit dem Schlüsselwort function sagen wir, dass myFunction eine Funktion
    # sein soll
    # in den runden Klammern geben wir Inputparameter input1,…,inputN ein
    myFunction <- function(input1, input2, …, inputN){
       # Code der innerhalb der Funktion ausgeführt werden soll
       return(output)       # die Funktion gibt output zurück
    }
    ```
- Beispiele:
  - ```
    greetings <- function(name){
       print(paste("Hallo ", name, sep = ""))
    }
    greetings("Patric")     # Aufruf der Funktion mit Inputwert "Patric"
    [1] "Hallo Patric"
    ```

# Basics

## Funktionen – eigene Funktionen (II)

- Beispiele:
  - Berechnung des Kapitalwerts eines Zahlungsstroms cashFlow (Vektor) mit Kalkulationszinssatz discountRate:
  - ```
    calculatePresentValue <- function(cashFlow, discountRate){
       pv <- 0
       for(t in 1 : length(cashFlow)){
             pv <- pv + cashFlow[t] / (1 + discountRate)^t
       }
       return(pv)
    }
    ```
  - Aufruf der Funktion für Zahlungsstrom cashFlow1 und Kalkulationszinssatz discountRate1:
  - ```
    cashFlow1 <- c(100, 120, 160, 130, 145, 95)
    discountRate1 <- 0.05
    calculatePresentValue(cashFlow1, discountRate1)
    [1] 633.7487
    ```

# Agenda

# Datenimport & Datenexport

## Datenimport

- Import einer .csv Datei:
  - `data <- read.csv("data.csv", header = TRUE, sep = ",")`
- Import einer .xlsx Datei:
  - `library("readxl")` `# Laden des Packages readxl`
  - `data <- read_excel("C:/Users/papenfpa/Documents/data.xlsx")`
- Ansicht der eingelesenen Daten:
  - `View(data)`
- Anstatt den Pfad im Befehl „read_excel“ direkt anzugeben, kann er auch vorab gesetzt werden:
  - `getwd()`
  - `setwd("C:/Users/papenfpa/Documents/")`
  - `data <- read_excel("data.xlsx")`

# Datenimport & Datenexport

## Datenexport

- Speichern von Objekten als Excel Files:
  - `write.xlsx(data, file = "data_excel.xlsx", sheetName = "HelloWorld", col.names = TRUE, row.names = FALSE, showNA = TRUE)`
- Achtung: R überschreibt vorhandene Excel-Dateien, ohne vorherige Abfrage!
- Export als .csv Datei ebenfalls möglich:
  - `write.csv(data, file = "data_Excel.xlsx", row.names = FALSE)`
- Plots können direkt mit R exportiert werden:
  - `png(filename = „plot_data.png")`
    `plot()`
    `dev.off()`
- Plots, die über das Package ggplot2 erstellt wurden, können mit dem Befehl ggsave gespeichert werden.
- Alle Dateien werden, falls nicht anders spezifiziert, im working directory abgelegt.

# Agenda

# Deskriptive Statistik

## Überblick über die Daten

- Nützliche Befehle:
  - `str(data)` `# Struktur des Datensets`
  - `names(data)` `# Spaltennamen`
  - `head(data)` `# Ausgabe der obersten Zeilen`
  - `data[10 : 20, ]` `# Ausgabe der Zeilen 10 bis 20`
  - `nrow(data)` `# Zeilenanzahl`
  - `ncol(data)` `# Spaltenanzahl`
  - `dim(data)` `# Dimensionen (Zeilenanzahl und Spaltenanzahl)`

# Deskriptive Statistik

## Berechnung von Kenngrößen

- Lagemaße, Streuungsmaße, Korrelationen:

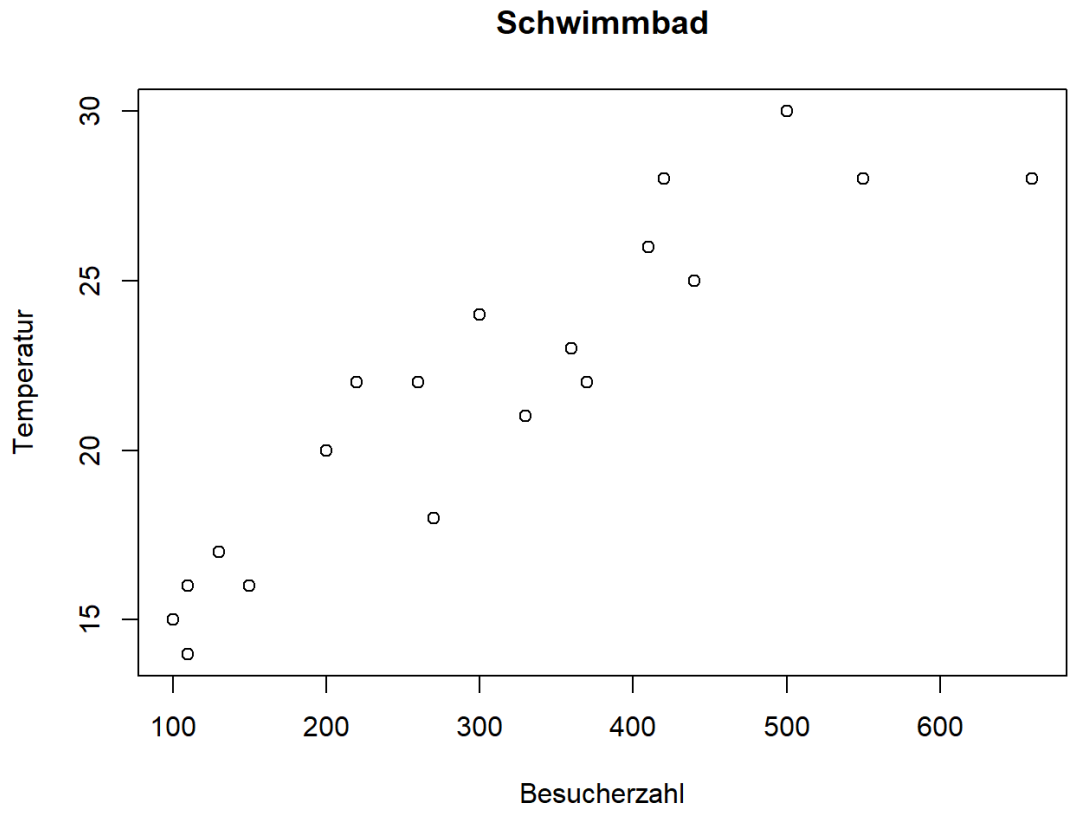
```
mean(data)          # Berechnung des Erwartungswerts (x̄ = 1/n ∑_{i=i}^{n} x_i)
median(data)        # Berechnung des Medians
var(data)           # Berechnung der Varianz (σ² = 1/(n−1) ∑_{i=i}^{n} (x_i − x̄)²)
sd(data)            # Berechnung der Standardabweichung
quantile(data, q)   # Berechnung des q-ten Quantils
summary(data)       # Summary des Datensatzes
cov(data, data2)    # Berechnung der (Stichproben-) Kovarianz zwischen
                    # den Datensätzen data, data2 (Cov(X,Y) = ∑_{i=i}^{n} (x_i−x̄)(y_i−ȳ) / (n−1))
cor(data, data2)    # Berechnung der Korrelation (Corr(X,Y) = Cov(X,Y) / (σ_x · σ_y))
```

# Agenda

# Plots

## Scatterplot

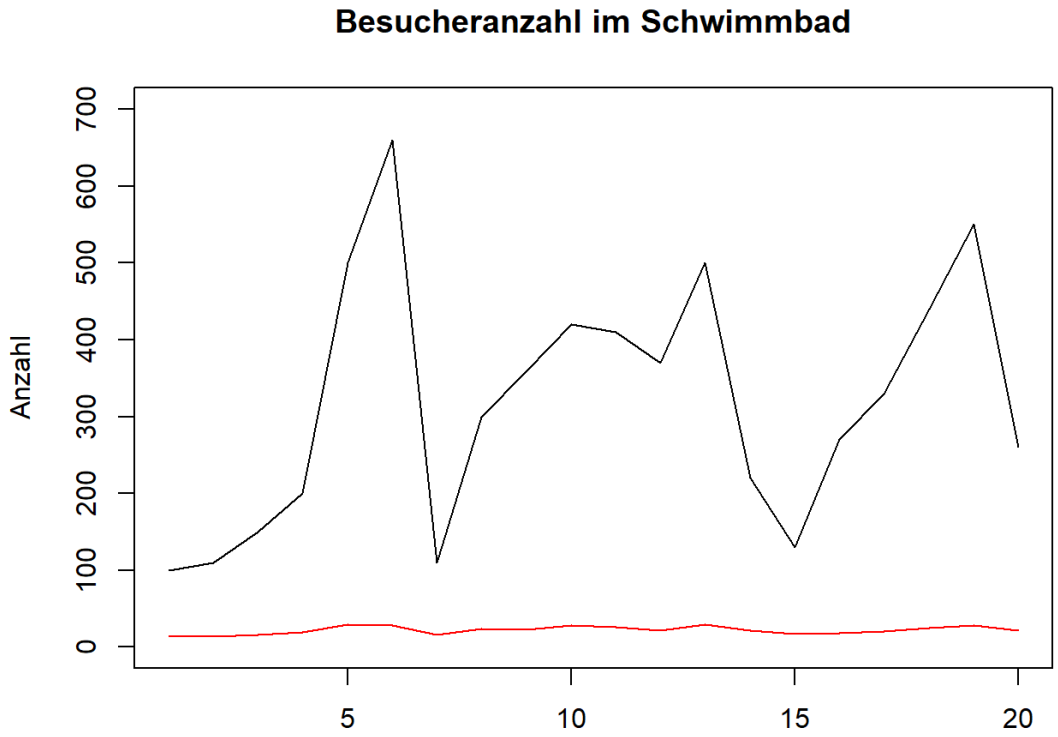
- Plotten zweier Variablen gegeneinander:
  - ```
    plot(data$Besucheranzahl,
         data$Temperatur,
         col  = "black",
         main = "Titel",
         ylab = "y-Beschriftung",
         xlab = "x-Beschriftung")
    # Scatterplot der Variable size
    # des Dataframes data
    # zur Variable size2
    # des Dataframes data2
    ```
  - ```
    abline(intercept, slope, col =
    "red")
    # Hinzufügen einer Linie mit
    # Achsenabschnitt intercept und
    # Steigung slope
    ```



# Plots

## Linienplot

- Plotten zweier Variablen gegeneinander:
  - ```
    plot(data$Besucheranzahl,
                type = "l",
                xlab = "x-Beschriftung",
                ylab = "y-Beschriftung",
                main = "Titel",
                ylim = c(1,700))
    # Linienplot der Variable
    # Besucheranzahl
    # des Dataframes data
    # Bestimme das Intervall [1,700]
    # für die y-Achse
    ```
  - ```
    lines(data$Temperatur, type = "l",
                col = "red")
    # Hinzufügen einer Linie für die
    # Variable Temperatur
    ```

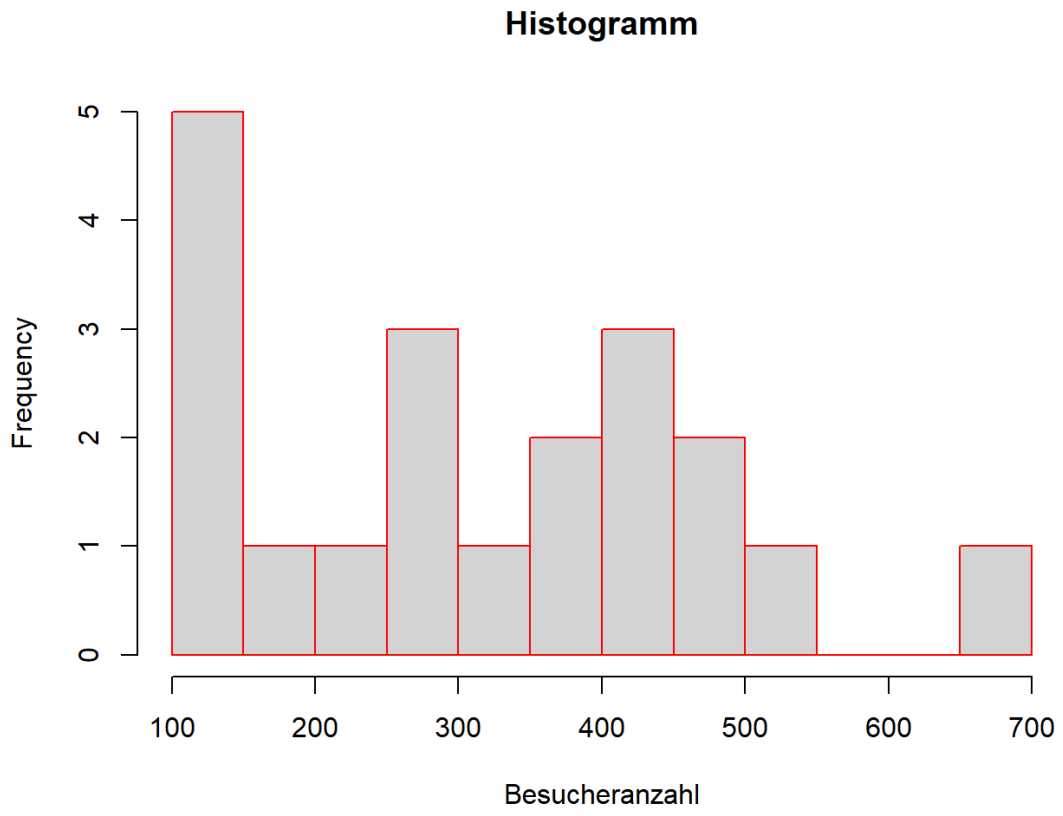


# Plots

## Histogramm

- Darstellung der Häufigkeitsverteilung:

```
hist(data$Besucheranzahl,
     breaks = 12,
     plot = TRUE,
     xlab = "x-Beschriftung",
     main = "Titel",
     freq = TRUE,
     col  = "lightgrey",
     border = "red")
# Histogramm für die Variable size
# mit freq = FALSE bekommt man die
# Wahrscheinlichkeitsverteilung
# anstelle der Häufigkeiten
```



# Agenda

# Regressionsanalyse

## Übersicht

- Ziel: Identifikation und Modellierung von Zusammenhängen zwischen abhängigen und unabhängigen Variablen.
  - Gibt es eine Beziehung zwischen den Variablen?
  - Schätzung des Einflusses der unabhängigen Variable auf die abhängige Variable.
  - Zur Prognose/Vorhersage der abhängigen Variable.
- Wichtig: bei der linearen Regression werden nur lineare Zusammenhänge zwischen den Daten modelliert!
- Beispiel:
  - Gibt es einen Zusammenhang zwischen der Tagesdurchschnittstemperatur und den Besucherzahlen im Schwimmbad?
  - Kann die Besucherzahl abgeschätzt werden, wenn die Temperatur bekannt ist?

# Regressionsanalyse

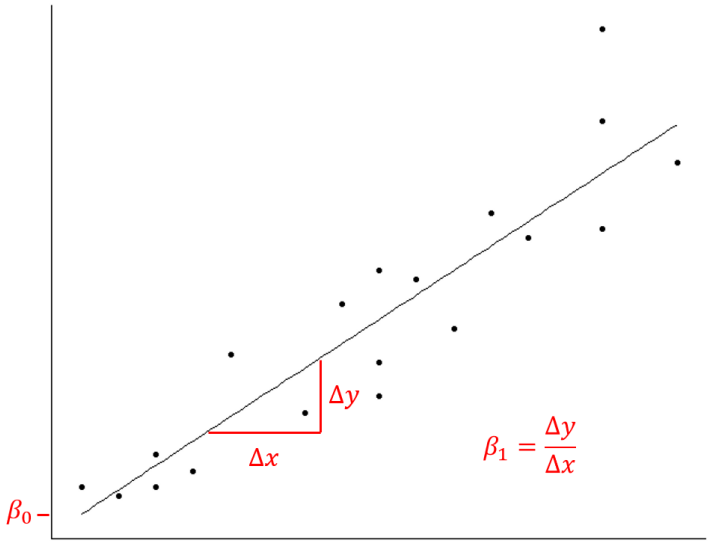
## Univariate lineare Regression (I)

- Abhängige/zu beschreibende Variable $Y$ mit $n \in \mathbb{N}$ Beobachtungen $y_1, \dots, y_n$
- Unabhängige/ beschreibende Variable $X$ mit $n \in \mathbb{N}$ Beobachtungen $x_1, \dots, x_n$
- Zusammenfassung der $n \in \mathbb{N}$ Beobachtungen der beiden Variablen in Tupeln: $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$
- Allgemeine Regressionsgleichung: $\eta(x) = E[Y|x]$
- Bei der linearen Regression wird ein linearer Zusammenhang zwischen der abhängigen und unabhängigen Variable angenommen:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

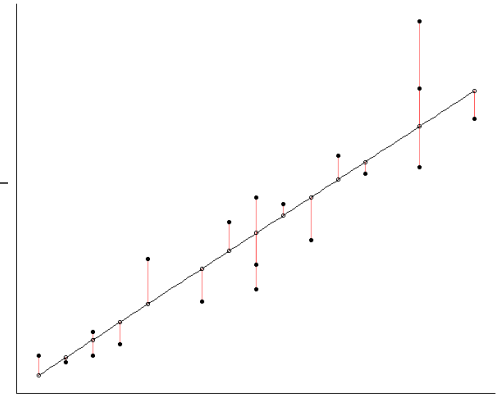
mit

  - y-Achsenabschnitt $\beta_0$
  - Steigung $\beta_1$,
    Einfluss der unabhängigen auf die abhängige Variable.
  - Fehlerterm $\varepsilon$



# Regressionsanalyse

## Univariate lineare Regression (II)



- Lineare Regression:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

- Im Allgemeinen ist der wahre Zusammenhang zwischen den Variablen $X$ und $Y$ und damit die Parameter $\beta_0$ und $\beta_1$ unbekannt und muss mit Hilfe von Daten geschätzt werden!
- Wie müssen die Parameter $\beta_0$ und $\beta_1$ aussehen, sodass die Gerade am besten zu den beobachteten Werte von $X$ und $Y$ (s. Plot) passt und damit den beobachteten Zusammenhang am besten abbildet?

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \hat{x}$$

  ⇒ Wahl der Parameter so, dass der Fehler $\varepsilon$ (die Abweichung) minimiert wird!
- Unter bestimmten Voraussetzungen gibt der „kleinste Quadrate Schätzer“ die besten Schätzwerte für die Parameter. Es wird dabei die Summe der quadratischen Abweichungen der Datenpunkte von der Regressionsgeraden minimiert:

$$\min \sum_i^n \varepsilon_i = \min \sum_i \left(y_i - \left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i\right)\right)^2 \Rightarrow \hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$$

- Hinweis: R berechnet für uns den kleinsten Quadrate Schätzer über die Funktion `lm`.

# Regressionsanalyse

## Multivariate lineare Regression

- Bisher haben wir den Zusammenhang einer unabhängigen Variable auf die abhängige Variable betrachtet.
- Allerdings können mehrere unabhängige Variablen $X_1, \dots, X_K$ die abhängige Variable beeinflussen.
  → Erweiterung der univariaten linearen Regression zur multivariaten linearen Regression:
  $$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \cdots + \beta_K X_K + \varepsilon$$
  → der Parameter $\beta_k, k = 1, \dots, K$, beschreibt hierbei den Einfluss, den die unabhängige Variable $X_k$ auf die abhängige Variable $Y$ hat.
- Die Schätzung folgt auch hier der Methode der kleinsten Quadrate Schätzung (Minimierung der quadratischen Abweichung) und wir erhalten die „besten“ Parameterschätzer $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_K$.
- Beispiel (fortgesetzt):
  - Neben der Temperatur ist den BesucherInnen des Schwimmbads auch die Wassertemperatur wichtig. Beeinflusst die Wassertemperatur die Besucheranzahl?

# Regressionsanalyse

## Güte der Regression – Bestimmtheitsmaß

- Bestimmtheitsmaß $R^2$
  - Kennzahl zur Beurteilung der Anpassungsgüte einer Regression
  - „Der Anteil, der durch die Regression erklärten Quadratsumme an der zu erklärenden totalen Quadratsumme“
  - Wie viel Streuung in den Daten kann durch ein vorliegendes lineares Regressionsmodell „erklärt“ werden?
- $R^2 = \frac{\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} = \frac{Summe\ der\ Quadrate\ der\ erklärten\ Abweichung}{totale\ Quadratsumme} \in [0,1]$
- $R^2 = 1$: das Modell kann die Zusammenhänge perfekt erklären.
- $R^2 = 0$: es gibt keinen linearen Zusammenhang/ das Modell kann die Zusammenhänge nicht erklären.
- Im Allgemeinen gilt, je höher der Wert des Bestimmtheitsmaßes $R^2$ ist, desto besser ist das Modell.
- Adjusted $R^2$ ist ein erweitertes Maß, welches die Anzahl an Variablen $K$ mitberücksichtigt.

# Regressionsanalyse

## Güte der Regression – Test der Parameter

- Die Koeffizienten/Parameter $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_K$ werden auf ihre Signifikanz getestet.
  → hat der geschätzte Parameter $\beta_k$ einen signifikant unterschiedlichen Wert von 0?
  → falls ja, weist das auf einen signifikanten, linearen Einfluss von Variable $X_k$ auf $Y$ hin!
- T-Test:
  - $H_0: \beta_k = 0$
  - $H_1: \beta_k \neq 0$

# Regressionsanalyse

## Regression in R (I)

- Für eine lineare Regression berechnet R automatisch die meisten, notwendigen Informationen.
- Beispiel im univariaten Fall:
  - `data_lm <- read_excel("C:/Users/papenfpa/Documents/data.xlsx")`
  - `# Berechnung einer linearen Regression mit Besucheranzahl als abhängige,`
    `#  Temperatur als unabhängige Variable, die Daten sind im dataframe data_lm`
    `lin_model <- lm("Besucheranzahl ~ Temperatur", data = data_lm)`
  - `# Ausgabe der Parameter, Teststatistiken, Bestimmtheitsmaße etc.`
    `summary(lin_model)`

# Regressionsanalyse

## Regression in R (II)

- Beispiel im univariaten Fall:
  - Geschätzter Beta-Koeffizient für Temperatur von 29.254
  - Dieser Koeffizient ist signifikant auf dem 0.001 Niveau mit einer Teststatistik von 9.879 und ein p-Wert von 1.08e-08.
  - → Eine Erhöhung der Temperatur um 1 Grad führt durchschnittlich zu 29.254 mehr BesucherInnen.
    → Die Temperatur beeinflusst die Besucheranzahl signifikant.
  - Der $R^2$ Wert von 0.8443 ist relativ hoch.
    → Das Modell beschreibt den Zusammenhang relativ gut.

```
> summary(lin_model)

Call:
lm(formula = "Besucheranzahl ~ Temperatur", data = data_lm)

Residuals:
   Min     1Q Median     3Q    Max
-92.19 -47.71 -13.31  41.81 172.29

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -331.394     67.514  -4.908 0.000113 ***
Temperatur    29.254      2.961   9.879 1.08e-08 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 65.93 on 18 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8443,    Adjusted R-squared:  0.8356
F-statistic:  97.6 on 1 and 18 DF,  p-value: 1.076e-08
```

# Regressionsanalyse

## Regression in R (III)

- Beispiel im multivariaten Fall:

```
# Einlesen der Daten y als abhängige, a, b, c als unabhängige Variablen
data_lm <- read_excel("C:/Users/papenfpa/Documents/data.xlsx")

# Berechnung einer linearen Regression mit y als abhängige, alle anderen
# Spalten des Dataframes data_lm als unabhängige Variablen
lin_model <- lm("Besucheranzahl ~ . ", data = data_lm)

# Berechnung einer linearen Regression mit y als abhängige, b, c als
# unabhängige Variablen
lin_model <- lm(y ~ b + c, data = data_lm)

# Ausgabe der Parameter, Teststatistiken, Bestimmtheitsmaße etc.
summary(lin_model)
```

# Regressionsanalyse

## Regression in R (IV)

- Beispiel im multivariaten Fall:
  - Geschätzter Beta-Koeffizient für Temperatur von 34.189. Dieser Koeffizient ist signifikant auf dem 0.001 Niveau.
    → Eine Erhöhung der Temperatur um 1 Grad führt durchschnittlich zu 34.189 mehr BesucherInnen.
    → Die Temperatur beeinflusst die Besucheranzahl signifikant.
  - Geschätzter Beta-Koeffizient für Wassertemperatur von -69.162. Dieser Koeffizient ist nicht signifikant und hat einen p-Wert von 0.242.
    → Die Wassertemperatur beeinflusst die Besucheranzahl nicht signifikant!

```
> summary(lin_model)

Call:
lm(formula = "Besucheranzahl ~ .", data = data)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-83.426 -54.509   2.731  34.564 165.700

Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)     1100.076   1182.830   0.930    0.365
Temperatur        34.189      5.012   6.821 2.98e-06 ***
Wassertemperatur  -69.162     57.058  -1.212    0.242
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 65.09 on 17 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8567,    Adjusted R-squared:  0.8398
F-statistic: 50.81 on 2 and 17 DF,  p-value: 6.741e-08
```

# Regressionsanalyse

## Regression in R (V)

- Beispiel im multivariaten Fall:
  - Der $R^2$ Wert von 0.8567 ist relativ hoch.
    → Das Modell beschreibt den Zusammenhang relativ gut.
    → der adjusted $R^2$ Wert ist niedriger als im univariaten Fall
    → das univariate Modell performt besser.

```
> summary(lin_model)

Call:
lm(formula = "Besucheranzahl ~ .", data = data)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-83.426 -54.509   2.731  34.564 165.700

Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)     1100.076   1182.830   0.930    0.365
Temperatur        34.189      5.012   6.821 2.98e-06 ***
Wassertemperatur  -69.162     57.058  -1.212    0.242
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 65.09 on 17 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8567,    Adjusted R-squared:  0.8398
F-statistic: 50.81 on 2 and 17 DF,  p-value: 6.741e-08
```

# Agenda

# Weiterführende Literatur

## Nützliche Websiten & Tutorials

- Websites
  - https://www.statmethods.net/r-tutorial/index.html
  - https://stackoverflow.com/
  - https://cran.r-project.org/
  - https://stats.stackexchange.com/questions
  - https://www.datacamp.com/courses/free-introduction-to-r
- Tutorials
  - Multiple Linear Regression in R | R Tutorial 5.3 | MarinStatsLectures - YouTube
  - R - Multiple Regression (part 2) - YouTube

# Weiterführende Literatur

## Zusätzliche Literatur

- Lehrbücher
  - Grundlagen der Datenanalyse mit R - Eine anwendungsorientierte Einführung, Daniel Wollschläger, Berlin, Springer Spektrum, 2017
  - Angewandte Zeitreihenanalyse mit R, Rainer Schlittgen, München, Oldenbourg, 2012
  - Einführung in die Statistik mit R, Andreas Behr, München, Vahlen, 2011
- Reference Cards
  - https://cran.r-project.org/doc/contrib/Short-refcard.pdf
- Online-Skripte
  - www.wiwi.uni-bielefeld.de/lehrbereiche/emeriti/jfrohn/Upload/statskript.pdf
  - www.uni-muenster.de/Stochastik/lehre/SS17/PrakStat/Materialien/Skript.pdf

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

Wirtschaftsingenieurwesen
Institut für Materials Resource Management
Universität Augsburg
wing@mrm.uni-augsburg.de
www.uni-augsburg.de/wing